

## I) Comment évolue la population de lapins ?

### 1) La suite de Fibonacci

L'évolution de la population de lapins a été étudiée par un célèbre mathématicien Fibonacci. Il est parti de ce principe :

Un homme met un couple de lapins dans un lieu isolé de tous les côtés par un mur. Combien de couples obtient-on en un an si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple à compter du troisième mois de son existence ?

Dans cette population (idéale), on suppose que :

- au (début du) premier mois, il y a juste *une* paire de lapereaux ;
- les lapereaux ne procréent qu'à partir du (début du) troisième mois ;
- chaque (début de) mois, toute paire susceptible de procréer engendre une nouvelle paire de lapereaux ;
- les lapins ne meurent jamais.

Nombre de mois	Population de lapins	Nombre de lapins
1	o o	
2	o o	
3	o o      o o	
4	o o      o o      o o	
5	o o      o o      o o      o o      o o	
6	o o      o o      o o      o o      o o      o o      o o	

On définit alors la suite de Fibonacci , les nombres de lapins à chaque mois .Ils sont notés  $F_1=2, F_2=2, F_3=4 \dots$

Plus généralement, on appelle suite , une suite de nombres rangés .Si celle-ci se nomme  $(U_n)$  , on nommera le premier terme  $U_1$  et  $U_n$  le  $n^{\text{ième}}$  terme.  $n$  est appelé le rang

Trouver une relation entre les termes de la suite : \_\_\_\_\_

Cette relation est la forme \_\_\_\_\_ de la suite de Fibonacci.

Pour répondre à la question, nous allons utiliser excel.

#### Comment utiliser Excel ?

- rentrer les 3 premières valeurs correspondant aux mois et donc aux termes
- incrémenter celle-ci pour avoir 12
- rentrer les 2 premières valeurs du nombre de lapins.
- pour le 3<sup>ième</sup> mois, cliquer sur la case correspondante, taper = puis rentrer la formule
- incrémenter la case pour avoir la suite de Fibonacci

Réponse au problème posé .Donner le nombre de lapins au bout de 12 mois : \_\_\_\_\_

Donner le nombre de lapins au bout de 24 mois \_\_\_\_\_

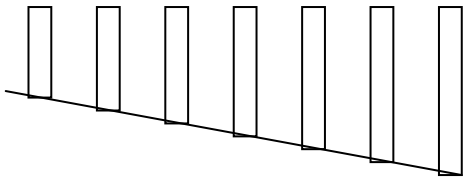
La suite de Fibonacci a fasciné les mathématiciens et inspiré les cinéastes (*Le nombre 23* , *Crimes à Oxford* , *Da Vinci Code*) . Pour quelles raisons , nous le verrons plus tard.

méthode

## II) Comment déterminer la longueur de piquets de clôture ?

### 1) une clôture bien compliquée...

M Defer Phil veut installer une clôture de 12 m sur son terrain en pente .Il installe des poteaux tous les mètres.



On définit la suite  $(L_n)$  comme la suite de nombres correspondant à la longueur des poteaux .M Defer installe les 3 premiers poteaux de façon à que leurs coiffes soient alignées .Il relève :

$L_1$	$L_2$	$L_3$
1,6 m	1,645 m	1,69 m

Le problème de M Defer est le suivant : Sachant que la longueur maximale des poteaux est de 2,4 m et qu'il faut les enfouir au minimum de 40 cm, est-il possible d'installer cette clôture ?

Existe-t-il une relation entre les termes de la suite ?  $L_2 = L_1 + 0,045$   $L_3 = L_2 + 0,045$

Utiliser Excel pour calculer la longueur du dernier poteau.  $L_{13} = 2,14$  m

La pose de la clôture est-elle possible ? **NON**.

Proposer une valeur pour la hauteur de  $L_1$  pour la réaliser **max  $L_1 = 1,45$  m**

### 2) Définition

$(L_n)$  forme une suite **ARITHMETIQUE** de premier terme  $L_1 = 1,6$  et de **RAISON** 0,045

Une suite de nombres est une suite arithmétique si tous ces termes s'obtiennent en ajoutant un même nombre  $r$  au terme précédent . Ce nombre  $r$  est appelé raison de la suite

### 3) Exercice : Pose d'un solivage

M Hervé Trave pose le solivage de son futur plancher. La longueur de la 1<sup>ière</sup> solive est de  $L_1 = 3,91$  m. La deuxième et la troisième valent respectivement 3,913 m et 3,916 m. Il y a manifestement un problème d'équerrage ...Le problème est que M Trave a déjà acheté ces solives d'une longueur de 4 m .Pourra-t-il poser ces 36 solives ? On considère la suite  $(L_n)$  où les termes correspondent aux longueurs des solives.

Donner la raison de cette suite.  $r = 0,003$

En utilisant Excel, Calculer  $L_{36}$  et indiquer si la pose de toutes les solives est possible

**$L_{36} = 4,015$  et il y a 5 solives trop courtes**

### 4) Comment reconnaître une suite arithmétique ?

### 5) Comment reconnaître une suite arithmétique ?

On relève la taille d'un enfant au cours de ces premiers mois.

Nbr de mois	1	2	3	4	5	6	7
taille	51	54	57	60	63	67	70

Indiquer sur le tableau écart entre chaque valeur et dire si la suite est arithmétique

une suite est arithmétique si **tous les écarts entre les termes sont égaux**.

### III) Comment évolue une population bactérienne ? Comment trouver une solution pour éviter une intoxication ?

#### 1) Intoxication dans un fast-food

On recense un nombre d'intoxications inhabituel dans un fast-food

Nombre de mois	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'intoxications	1	2	4	8	16	32	64

En observant ces données, compléter le tableau  
On appelle  $(Q_n)$  la suite des nombres correspondant aux intoxications

#### 2) Définition

$(Q_n)$  forme une suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2



Une suite de nombres est une suite géométrique si tous les termes s'obtiennent en multipliant le terme précédent par un même nombre  $q$ , appelé raison de la suite

#### 3) Recherche des causes

On prélève des hamburgers à la sortie de la cuisine et on les analyse toutes les minutes pour compter le nombre de bactéries par  $\text{cm}^3$ . Le temps moyen entre la préparation et l'absorption du produit est de 12 minutes et le nombre maximum de bactéries tolérés est de  $80000/\text{cm}^3$ .

Nombre de minutes	1	2	3	4	5
Nombre de bactéries	4	10	25	62.5	156.25

La suite  $(B_n)$  correspondant aux nombres de bactéries est-elle géométrique ? déterminer la raison

**C'est une suite géométrique de premier terme 4 et de raison 2.5**

En utilisant Excel, calculer le nombre de bactéries présentes au bout de 12 minutes. Les intoxications peuvent-elles s'expliquer par ce phénomène ? **95367 oui car  $> 80000$**

#### 4) Comment reconnaître une suite géométrique ?

On considère la suite  $(U_n)$ .

$U_n$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$
taille	2	8	32	128

Indiquer le rapport entre 2 termes et dire si la suite est géométrique

Une suite est géométrique si **tous les rapports des termes sont égaux**

#### IV) Comment évolue le prix du paquet de cigarettes ?

##### 1) Augmentation des prix

L'évolution du prix de 2 paquets de cigarettes est relevée dans le tableau ci-dessous

Année	1	2	3
Prix du paquet Fuma	3	4	5
Prix du paquet Cendra	3	3.75	4.69

On considère la suite  $(F_n)$  pour les cigarettes Fuma et la suite  $(C_n)$  pour les Cendra  
Déterminer la nature des 2 suites

**Fuma est une suite arithmétique et Cendra géométrique**  
compléter le tableau et placer les points correspondant dans le repère ci-dessous

Année	1	2	3	4	5	6	7
Prix du paquet Fuma	3	4	5	6	7	8	9
Prix du paquet Cendra	3	3.75	4.69	5,86	7,32	9.16	11.44

Que dire des variations de  $(F_n)$  et de  $(C_n)$

**Les suites  $(F_n)$  et de  $(C_n)$  sont croissantes**

A partir quelle année , Cendra est-il moins cher que Fuma **A partir de 7ans**

##### 2) Et la diminution des fumeurs ...

En France, le nombre de fumeurs diminue de 2 unités chaque année. En Espagne , celui-ci diminue de 20% chaque année. On désigne les suites  $(U_n)$  et  $(V_n)$  correspondant respectivement aux nombre de fumeurs

Pour la suite $(U_n)$ , on a	$U_1=15$	$U_2=13$	$U_3=11$	$U_4=9$	$U_5=7$	$U_6=5$
------------------------------	----------	----------	----------	---------	---------	---------

Pour $(V_n)$ , on a	$V_1=15$	$V_2=12$	$V_3=9.6$	$V_4=7.68$	$V_5=6.14$	$V_6=4.92$
---------------------	----------	----------	-----------	------------	------------	------------

Pour obtenir  $V_2$  ,  $15 \times 20\% = 3$  ,  $15 - 3 = 12$  ,...

Placer les points obtenus dans le repère

Que dire des variations de  $(U_n)$  et de  $(V_n)$  **Les suites  $(U_n)$  et de  $(V_n)$  sont décroissantes**

A partir quelle année, les espagnols fumeront moins que les français ? **7ans**

**Pour une suite arithmétique , si la raison est positive , celle-ci sera croissante .A l'inverse si la raison est négative , la suite sera décroissante**

**Pour une suite géométrique , si la raison est supérieur à 1 , celle-ci sera croissante .A l'inverse si la raison est inférieure à 1 , la suite sera décroissante**